

Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Кафедра прикладної математики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Декан факультету
математики і інформатики

Григорій ЖОЛТКЕВИЧ

29 серпня 2024 р.



РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Дискретна теорія ймовірностей

рівень вищої освіти _____ перший (бакалаврський) рівень _____

галузь знань 11– Математика та статистика _____

спеціальність 113 – Прикладна математика _____

освітня програма «Прикладна математика» _____

спеціалізація _____

вид дисципліни _____ за вибором _____

факультет _____ математики і інформатики _____

2024 / 2025 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження Вченою радою факультету математики і інформатики

“27” серпня 2024 року, протокол № 8

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ: *Півень Олексій Леонідович*, канд. фіз.-мат. наук, доцент закладу вищої освіти кафедри прикладної математики.

Програму схвалено на засіданні кафедри прикладної математики
Протокол від “26” серпня 2024 року № 8

Завідувач кафедри прикладної математики



Валерій КОРОБОВ

Програму погоджено з гарантом
освітньо-професійної програми «Прикладна математика»

Гарант освітньо-професійної програми «Прикладна математика»



Сергій ПОСЛАВСЬКИЙ

Програму погоджено науково-методичною комісією
факультету математики і інформатики

Протокол від “27” серпня 2024 року № 1

Голова науково-методичної комісії факультету математики і інформатики



Євген МЕНЯЙЛОВ

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни «Дискретна теорія ймовірностей» складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки бакалавра спеціальності 113 прикладна математика

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Мета викладання навчальної дисципліни

Метою викладання навчальної дисципліни є надання майбутнім спеціалістам знань в галузі дискретної теорії ймовірностей та використанні її методів в моделюванні і аналізі реальних об'єктів і процесів.

1.2. Основні завдання вивчення дисципліни

Основними завданнями вивчення дисципліни є навчити студентів розв'язувати задачі дискретної теорії ймовірностей, застосувати її методи до розв'язування задач життєдіяльності.

1.3. Кількість кредитів 4

1.4. Загальна кількість годин 120

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
<u>за вибором</u>	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
2-й	
Семестр	
4-й	
Лекції	
32 год.	
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
56 год.	год.
у тому числі індивідуальні завдання	

1.6. Заплановані результати навчання

Студенти повинні досягти таких результатів навчання:

знати :

- Поняття дискретного ймовірнісного простору та загальне означення ймовірності на цьому просторі
- Класичне означення ймовірності;
- Формулу повної ймовірності та формулу Байєса
- Незалежні події
- Біноміальну схему Бернуллі та її поліноміальне узагальнення, теорему Пуассона
- Означення дискретної випадкової величини, таблиці та функції її розподілу,
- Найважливіші приклади дискретних розподілів: біноміальний, геометричний, розподіл Пуассона;
- Числові характеристики дискретної випадкової величини;
- Означення дискретного випадкового вектору, таблиці розподілу дискретного двовимірного випадкового вектору
- Умовні розподіли компонент дискретного двовимірного випадкового вектору
- Означення незалежності випадкових подій.
- Коваріацію і коефіцієнт кореляції двох дискретних випадкових величин
- Твірні функції дискретних випадкових величин та їх застосування
- Означення скінченного ланцюга Маркова, перехідну матрицю та граф станів, ймовірності станів цього ланцюга
- Регулярні, ергодичні та поглинаючі ланцюги Маркова,.
- Канонічну форму перехідної матриці, поглинаючого ланцюга, обчислення середнього часу перебування ланцюга Маркова в непоглинаючих станах

вміти :

- Обчислювати умовні та безумовні ймовірності подій
- Перевіряти події на незалежність.
- Для дискретних випадкових величин знаходити таблицю та функцію розподілу, обчислювати числові характеристики
- Знаходити розподіли двовимірних дискретних випадкових векторів, розподіли їх компонент, умовні розподіли компонент.
- Обчислювати коваріацію та коефіцієнт кореляції дискретних випадкових величин.
- Обчислювати твірну функцію дискретних випадкових величин та відновлювати моменти за нею.
- Будувати перехідні матриці марківських ланцюгів, знаходити ймовірності їх станів в будь-який момент часу та граничні ймовірності.
- Перевіряти марківські ланцюги на ергодичність, регулярність, поглинаючість
- Знаходити середній час перебування марківського ланцюга в непоглинаючих станах

2. Тематичний план навчальної дисципліни

Розділ 1. Ймовірності подій.

Тема 1. Випадкові події та їх ймовірності.

Означення випадкової події та її ймовірності у випадку не більш ніж зліченої кількості елементарних подій. Властивості ймовірності події. Дискретний ймовірнісний простір.

Тема 2. Умовні ймовірності.

Означення та властивості умовної ймовірності. Формула повної ймовірності. Формула Байєса.

Тема 3. Незалежні події.

Означення незалежності подій у сукупності. Відмінність незалежності подій у сукупності та попарної незалежності.

Тема 4. Схема Бернуллі.

Послідовність незалежних випробувань. Теорема Пуассона. Поліноміальне узагальнення схеми Бернуллі.

Розділ 2. Дискретні випадкові величини та їх числові характеристики

Тема 5. Дискретні випадкові величини та їх розподіли.

Означення дискретної випадкової величини. Таблиця розподілу дискретної випадкової величини. Функція розподілу дискретної випадкової величини та її властивості.

Тема 6. Дискретні випадкові вектори.

Означення дискретного випадкового вектору. Функція розподілу дискретного випадкового вектору.

Тема 7. Двовимірні випадкові вектори.

Таблиця розподілу двовимірного випадкового вектору. Розподіл компонент двовимірного випадкового вектору. Умовні розподіли випадкових величин.

Тема 8. Незалежні випадкові величини.

Означення незалежних випадкових величин. Властивості незалежних випадкових величин.

Тема 9. Числові характеристики випадкових величин.

Математичне сподівання, дисперсія, моменти дискретної випадкової величини та їх властивості

Тема 10. Основні розподіли дискретних випадкових величин та їх числові характеристики.

Біноміальний розподіл. Розподіл Пуассона. Геометричний розподіл.

Тема 11. Твірні функції дискретних випадкових величин.

Означення та властивості твірної функції дискретної випадкової величини. Обчислення моментів за допомоги твірної функції. Розподіл суми незалежних випадкових величин.

Тема 12. Коваріація та коефіцієнт кореляції дискретних випадкових величин.

Означення, властивості та обчислення коваріації та коефіцієнту кореляції дискретних випадкових величин.

Розділ 3. Скінченні ланцюги Маркова та їх властивості

Тема 13. Скінченні ланцюги Маркова.

Означення ланцюга Маркова. Перехідна матриця та граф станів ланцюга Маркова. Ймовірності станів ланцюга Маркова.

Тема 14. Ергодичні та регулярні ланцюги Маркова.

Означення ергодичного та регулярного ланцюга Маркова. Теорема про граничні ймовірності регулярного ланцюга Маркова.

Тема 15. Поглинаючі ланцюги Маркова.

Поглинаючий стан ланцюга Маркова та поглинаючі ланцюги Маркова. Канонічна форма матриці переходів ланцюга Маркова.

3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин										
	Денна форма										
	Усього	у тому числі									
		л	п	лаб	інд	ср					
1	2	3	4	5	6	7					
Розділ 1. Ймовірності подій.											
Тема 1. Випадкові події та їх ймовірності	10	2	4			4					
Тема 2. Умовні ймовірності.	7	2	2			3					
Тема 3. Незалежні події.	7	2	2			3					
Тема 4. Схема Бернуллі.	7	2	2			3					
Разом за розділом 1	31	8	10			13					
Розділ 2. Дискретні випадкові величини та їх числові характеристики											
Тема 5. Дискретні випадкові величини та їх розподіли.	8	2	2			4					
Тема 6. Дискретні випадкові вектори.	10	4	2			4					
Тема 8. Незалежні дискретні випадкові величини.	8	2	2			4					
Тема 9. Числові характеристики випадкових величин.	10	4	2			4					
Тема 10. Основні розподіли дискретних випадкових величин та їх числові характеристики	8	2	2			4					
Тема 11. Твірні функції дискретних випадкових величин.	9	2	2			5					

Тема 12. Коваріація та коефіцієнт кореляції дискретних випадкових величин.	9	2	2		5						
Разом за розділом 2	62	18	14		30						
Розділ 3. Скінченні ланцюги Маркова та їх властивості											
Тема 13. Скінченні ланцюги Маркова.	8	2	2		4						
Тема 14. Ергодичні та регулярні ланцюги Маркова.	8	2	2		4						
Тема 15. Поглинаючі ланцюги Маркова	7	2	2		3						
Контрольна робота	4		2		2						
Разом за розділом 3	27	6	8		13						
Усього годин	120	32	32		56						

4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Випадкові події та їх ймовірності. Класичне означення ймовірності	4
2	Умовні ймовірності.	2
3	Незалежні події	2
4	Схема Бернуллі	2
5	Дискретні випадкові величини	2
6	Двовимірні випадкові вектори	2
7	Незалежні дискретні випадкові величини	2
8	Числові характеристики випадкових величин	2
9	Основні розподіли дискретних випадкових величин та їх числові характеристики	2
10	Твірні функції дискретних випадкових величин	2
11	Коваріація та коефіцієнт кореляції дискретних випадкових величин	2
12	Скінченні ланцюги Маркова	2
13	Ергодичні та регулярні ланцюги Маркова	2
14	Поглинаючі ланцюги Маркова	2
15	Контрольна робота	2
	Разом	32

5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
1	Виконання домашніх завдань за розділом «Ймовірності подій»	13
2	Виконання домашніх завдань за розділом «Дискретні випадкові величини та їх числові характеристики»	30
3	Виконання домашніх завдань за розділом «Скінченні ланцюги Маркова та їх властивості»	13
	Разом	56

6. Індивідуальні завдання

Не передбачені навчальним планом

7. Методи навчання

Частково-пошукові і проблемні лекції, пояснення, розрахунково-ілюстративні і пояснювально-ілюстративні методи при проведенні практичних занять, консультації.

8. Методи контролю

Методи контролю. Перевірка домашніх робіт, перевірка контрольних робіт, поточний контроль на практичних заняттях, поточний контроль на лекціях, проведення екзамену.

9. Розподіл балів, які отримують студенти

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання				Екзамен	Сума
Розділ 1	Розділ 2	Контрольна робота, передбачена навчальним планом	Разом		
T1–T8	T9–T15				
10	10	40	60	40	100

T1, T2... – теми розділів.

Не передбачається мінімальна кількість балів з навчальної дисципліни, яку здобувач вищої освіти повинен набрати під час поточного контролю, самостійної роботи, індивідуального завдання для допуску до складання підсумкового контролю (екзамену).

Критерії оцінювання

Поточний контроль: 20 балів - бали нараховуються за виконання домашніх завдань і активність під час практичних занять.

Контрольна робота оцінюється до 40 балів і складається з 8 завдань, максимальна оцінка за кожне з завдань-5 балів:

- (а) обчислення незакінчені або містять суттєві помилки — 0–1 бал;
 - (б) обчислення правильні, можливі незначні помилки, але обґрунтування не наведено — 2–3 бали;
 - (с) обчислення правильні, можливі незначні помилки, наведено повне обґрунтування — 4–5 балів.
- Бали, отримані за виконання всіх завдань, сумуються (максимальна кількість – 40 балів) і додаються до балів, отриманих за практичні завдання. Максимальна сума – 100 балів. Оцінка виставляється за стандартною шкалою оцінювання.

Іспит (екзаменаційний білет містить 4 завдання):

1. У завданні 1 максимальна оцінка 10 балів.

- (а) твердження сформульовано з помилками, доведення відсутнє — 0–4 бали;
- (б) твердження сформульовано вірно, доведення відсутнє — 5 балів;
- (с) твердження сформульовано вірно та в доведенні зроблено суттєві помилки — 6–8 балів;
- (d) твердження сформульовано вірно, наведено приклади та в доведенні можливі незначні помилки — 9–10 балів.

2. У завданнях 2, 3, 4 максимальна оцінка 10 балів:

- (a) обчислення незакінчені або містять суттєві помилки — 0–4 бали;
- (b) обчислення правильні, можливі незначні помилки, але обґрунтування не наведено — 5–7 балів;
- (c) обчислення правильні, можливі незначні помилки, наведено повне обґрунтування — 8–10 балів.

Бали, отримані за виконання всіх завдань, сумуються (максимальна кількість – 40 балів) і додаються до балів, отриманих за практичні завдання. Максимальна сума – 100 балів. Оцінка виставляється за стандартною шкалою оцінювання.

Шкала оцінювання: чотирирівнева

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка
90 – 100	відмінно
70-89	добре
50-69	задовільно
1-49	незадовільно

10. Рекомендована література

Основна література

1. Гнеденко Б.В. Курс теорії ймовірностей – К.:Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2010. – 464 с.
2. Турчин В.М. Теорія ймовірностей та математична статистика. Основні поняття, приклади, задачі. – Дніпропетровськ, 2014.–556 с.
3. Жлуктенко В. І., Наконечний С. І. Теорія ймовірностей і математична статистика : Навчальний посібник у двох частинах, Ч. 1. Теорія ймовірностей. – К.: КНЕУ, 2000. – 304 с.
4. Карташов М.В. Ймовірність, процеси, статистика . Посібник. – К.: Видавничо - поліграфічний центр «Київський університет», 2008.– 494 с

Допоміжна література

1. Pierre Brémaud, Discrete Probability Models and Methods. Probability on Graphs and Trees, Markov Chains and Random Fields, Entropy and Coding// Springer-Verlag, 2017.—561 p.
2. Дороговцев О.Я., Сильвестров Д.С., Скороход А.В., Ядренко М.Й. Теорія ймовірностей. Збірник задач .–К.:Вища школа, 1976.– 384 с.
3. Kemeny J.G., Snell , Finite Markov Chains, D. Van Nostrand Company; Second Edition (January 1, 1963)

11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

Сайт кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики механіко-математичного факультету Київського національного університету імені Тараса Шевченка
<https://probability.knu.ua/index.php?page=student>